Escola Básica e Secundária da Graciosa

Departamento de Matemática

Planificação de Matemática A

12º Ano de Escolaridade

Ano Letivo 2026/2027

(com novas AE)

Planificação por semestre

Estimativa de número de aulas de 45 minutos: 186 aulas (tem como referência o calendário letivo para 2026-2027)

<table>
<tr><th>Semestres</th><th colspan="2">TEMAS e tópicos</th><th>Unidades</th><th>Número de aulas de 45 minutos</th><th>Áreas de Competências do PASEO</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1.º</td><td rowspan="5">Ideias-chave:
1. Resolução de problemas, modelação e conexões
2. Raciocínio e lógica matemática
3. Recurso sistemático à tecnologia
4. Tarefas e recursos educativos
5. História da Matemática
6. Práticas enriquecedoras e criatividade
7. Organização do trabalho dos alunos
8. Comunicação matemática
9. Avaliação para a aprendizagem</td><td>Números complexos</td><td>Unidade 1</td><td>34</td><td rowspan="5">A Linguagens e textos
B Informação e comunicação
C Raciocínio e resolução de problemas
D Pensamento crítico e pensamento criativo
E Relacionamento interpessoal
F Desenvolvimento pessoal e autonomia
G Bem-estar, saúde e ambiente
H Sensibilidade estética e artística
I Saber científico, técnico e tecnológico
J Consciência e domínio do corpo</td></tr>
<tr><td>Probabilidade</td><td>Unidade 2</td><td>38</td></tr>
<tr><td>Funções I</td><td>Unidade 3</td><td>34</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.º</td><td>Funções II</td><td>Unidade 4</td><td>62</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tema opcional</td><td>18</td></tr>
</table>

Nota:
A distribuição do número de aulas já inclui a possibilidade de realização de atividades diversas, dentro e fora da escola, de aprofundamentos e/ou consolidação.

Unidade 1 – Números Complexos (34 aulas de 45 min)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar	Sugestões/Recursos (Como apoio às Ações Estratégicas de Ensino do Professor)	N.º de aulas	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
NÚMEROS COMPLEXOS **Números complexos na forma algébrica** Unidade imaginária Forma algébrica Conjugado e módulo de um número complexo	Contextualizar historicamente a origem dos números complexos. Identificar a unidade imaginária e o conjunto $\mathbb{C}$ dos números complexos. Resolver equações do 2.° grau, de coeficientes reais, quando não existem raízes reais. Representar números complexos na forma algébrica, identificando parte real, parte imaginária, módulo e conjugado, bem como números imaginários puros em $\mathbb{C}$.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	14	Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)
Igualdade de complexos Operações elementares com números complexos na forma algébrica Representação de complexos	Estabelecer a igualdade de números complexos na forma algébrica. Efetuar operações elementares com números complexos na forma algébrica (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). Representar números complexos no plano de Argand-Gauss e identificar números	**Nota:** A **representação de números complexos no plano de Argand-Gauss**, assim como a **identificação de números complexos a partir das suas imagens geométrica** constitui um Objetivo de Aprendizagem que vai sendo		Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C) Usa critérios para

no plano de Argand-Gauss	complexos a partir das suas imagens geométricas.	continuamente reforçado, recorrendo a números complexos obtidos nas diversas operações à medida que estas são introduzidas.		apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
Números complexos na forma trigonométrica Forma trigonométrica Operações com números complexos na forma trigonométrica Conjuntos definidos por condições na variável complexa	Representar números complexos na forma trigonométrica. Estabelecer a igualdade de dois números complexos na forma trigonométrica, bem como comparar números complexos cujas imagens geométricas estão em posições simétricas em relação ao eixo real, ao eixo imaginário ou à origem. Efetuar operações com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação). Resolver equações simples em $\mathbb{C}$. Caracterizar domínios planos através de condições na variável complexa e vice-versa.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** Não é Objetivo de Aprendizagem que os alunos conheçam os valores exatos das razões trigonométricas de $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{6}$. Estes valores podem ser consultados através de ferramentas tecnológicas ou em tabelas de valores. No entanto, a sua memorização pode tornar mais ágil a resolução de alguns exercícios. **Nota:** No final da parte do manual existem **Questões tipo exame** correspondentes a esta unidade.	20	

Unidade 2 – Probabilidade (34 aulas de 45 min)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar**	**Sugestões/Recursos** (Como apoio às Ações Estratégicas de Ensino do Professor)	**N.º de aulas**	**Áreas de Competências do Perfil dos Alunos**
PROBABILIDADE **Fenómeno aleatório** Experiência aleatória Espaço de resultados ou espaço amostral	Distinguir entre fenómeno aleatório e não aleatório (determinístico). Compreender que as realizações individuais de um fenómeno aleatório são incertas, mas existe um padrão genérico de comportamento, recorrendo-se à Teoria da Probabilidade para construir modelos matemáticos que descrevam a regularidade estatística observada numa longa série de repetições do fenómeno. Compreender que: • À realização de um fenómeno aleatório se dá o nome de experiência aleatória; • Ao conjunto S de resultados possíveis se dá o nome de espaço de resultados ou espaço amostral;	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** A **Leis de De Morgan** não fazem parte das Aprendizagens Essenciais. A sua abordagem pode, no entanto, ser realizada em situações particulares, recorrendo a diagramas de Venn e/ou fornecendo previamente informação necessária aos alunos.	3	Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)
Modelo de probabilidade Acontecimentos União e interseção de acontecimentos	• Um acontecimento é um subconjunto do espaço de resultados e que a estes resultados se dá o nome de “resultados favoráveis” à realização do acontecimento; • A descrição do fenómeno aleatório é feita através de um modelo de probabilidade, constituído pelos			Coloca e analisa questões a investigar, distinguindo o que se sabe do que se pretende descobrir (C) Analisa criticamente as

	resultados possíveis e a probabilidade atribuída a cada resultado. Relembrar os conceitos: acontecimento certo, impossível, elementar e composto; acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos; acontecimentos contrários ou complementares; união e interseção de acontecimentos.			conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C) Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Compreende processos e fenómenos científicos que permitam a tomada de decisão (I)
Probabilidade Probabilidade frequencista Regras da probabilidade	Compreender que a característica do fenómeno aleatório permite definir, intuitivamente, a probabilidade de um acontecimento *A*, representada por *P*(*A*), como sendo o valor para o qual estabiliza a frequência relativa da realização de *A*, num grande número de repetições da experiência aleatória, nas mesmas condições, ou seja, *P*(*A*) é o valor em que estabiliza $\frac{n_A}{n}$, onde n_A representa o número de vezes que se realizou *A* em *n* repetições da experiência aleatória. Reconhecer que as probabilidades associadas aos acontecimentos elementares têm de ser números entre 0 e 1 e que a soma total deve ser 1. Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos elementares constituídos pelos resultados que o compõem.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	10	

Probabilidade da união de acontecimentos Regra de Laplace	Utilizar a representação dos acontecimentos em diagramas de Venn, para mostrar que, dados dois acontecimentos A e B quaisquer, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$. Reconhecer que se admite que os acontecimentos elementares são equiprováveis quando não haja à partida razão para admitir que os resultados do espaço de resultados não tenham igual possibilidade de se verificarem. Compreender que, quando se puder admitir que os acontecimentos elementares são equiprováveis, se pode utilizar a regra de Laplace para determinar a probabilidade de um acontecimento A, com o seguinte enunciado: $P(A)=\frac{\text{Números de resultados favoráveis a } A}{\text{Números de resultados possíveis}}$	**Nota:** Podem estabelecer-se algumas conexões com o tema da Contagem (11.° ano), mas sem exagero, para não desviar a atenção do tópico central em estudo: a Probabilidade.		
Probabilidade condicionada Definição Regra do produto	Saber que a probabilidade de um acontecimento A se realizar, condicionada ou sabendo que o acontecimento B se realizou, com $P(B)>0$, se representa por $P(A\mid B)$ e se calcula de acordo com a seguinte fórmula: $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ Reconhecer que a partir da definição de probabilidade condicionada se pode definir a probabilidade simultânea de dois acontecimentos, chamada regra do produto, $P(A\cap B)=P(A)P(B\mid A)$ ou	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	12	

	$P(A\cap B)=P(B)P(A\mid B)$ conforme seja A ou B o acontecimento que está a condicionar.			
Árvore de probabilidade Tabelas de contingência Acontecimentos independentes	Reconhecer a utilidade de árvores de probabilidade para organizar a informação disponível sobre os acontecimentos em cadeia. Reconhecer a utilidade das tabelas de contingência para calcular a probabilidade condicionada. Identificar que os acontecimentos A e B, com $P(A)>0$ e $P(B)>0$, são independentes quando a ocorrência de um deles não altera a probabilidade da ocorrência do outro, ou seja, $P(A\mid B)=P(A)$ (A independente de B) ou $P(B\mid A)=P(B)$ (B independente de A). Reconhecer que outra definição de independência consiste em dizer que os acontecimentos A e B são independentes se e só se $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$. As duas definições de independência são equivalentes desde que se exija que $P(A)>0$ e $P(B)>0$.	**Nota:** A probabilidade total não é Objetivo de Aprendizagem, mas faz parte de Ações Estratégicas de Ensino do Professor. A utilização da árvore de probabilidades facilita, de forma intuitiva, a resolução de questões que envolvem, ainda que informalmente, a probabilidade total.		
Modelos de probabilidade em espaços finitos Variáveis aleatórias (discretas) Função massa	Reconhecer que se podem associar números aos resultados de um fenómeno aleatório, através de uma função denominada variável aleatória (v.a.), e que construir um modelo de probabilidade para modelar um fenómeno aleatório, com	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de	10	

de probabilidade	espaço de resultados finito, é equivalente a construir a função massa de probabilidade (f.m.p.) da variável aleatória associada. Identificar a população com a variável aleatória associada e reconhecer que construir a f.m.p. é obter um modelo para a população. Reconhecer que a f.m.p. permite calcular a probabilidade de acontecimentos, relacionados com a realização do fenómeno modelado.	avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).		
Valor médio e desvio-padrão populacional	Reconhecer que dois dos parâmetros, características numéricas da população, mais importantes são o valor médio (média populacional) e o desvio-padrão populacional, e saber que estes parâmetros se representam pelas letras gregas μ (miu) e σ (sigma), respetivamente. Compreender o paralelismo entre valor médio μ e a média $\bar{x}$ e, também, de modo idêntico, para o desvio--padrão populacional σ e desvio-padrão amostral *s*, e outras medidas calculadas para a população e para a amostra. Calcular o valor médio e o desvio-padrão populacional de uma variável aleatória de suporte finito, a partir da f.m.p..			
Modelo Normal Propriedades	Reconhecer o modelo ou distribuição Normal, de suporte contínuo, como um dos modelos de probabilidade mais importantes para a modelação de fenómenos aleatórios.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos	4	

	Identificar que as curvas que representam esta família de modelos são simétricas, com o aspeto de um sino, e que cada distribuição Normal fica definida através dos parâmetros valor médio μ e desvio-padrão σ. Saber que o valor médio determina o eixo de simetria da distribuição e que a distância entre o valor médio e as abcissas dos pontos de mudança de curvatura é igual ao desvio-padrão. Calcular probabilidades com base nesta família de modelos.	digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** O cálculo de qualquer probabilidade deve ser realizado recorrendo à tecnologia, não sendo necessária a consulta do formulário. **Nota:** No final da parte do manual existem **Questões tipo exame** correspondentes a esta unidade.		

Unidade 3 – Funções I (34 aulas de 45 min)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar	Sugestões/Recursos (Como apoio às Ações Estratégicas de Ensino do Professor)	N.º de aulas	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
FUNÇÕES **Função exponencial**	Identificar função exponencial como função do tipo $f(x)=a^x, a\in\mathrm{R}^+$, que verifica as propriedades: $a^0=1, 1^x=1,\ a^x a^y=a^{x+y},\ a^x b^x=(ab)^x,\ a^{-x}=\frac{1}{a^x},$ $\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}, \frac{a^x}{b^x}=\left(\frac{a}{b}\right)^x,\ \left(a^x\right)^y=a^{xy},\ a,\ b\in\mathrm{R}^+,\ x,\ y\in\mathrm{R}$ Identificar, em funções do tipo $f(x)=ba^{x-c}+d,\ a\in\mathrm{R}^+,\ c,\ d\in\mathrm{R}$ e $b\in\mathrm{R}\setminus\{0\}$, domínio, contradomínio, coordenadas dos pontos de interseção com os eixos coordenados, monotonia e comportamento quando x tende para mais infinito e menos infinito. Resolver, graficamente, equações envolvendo funções exponenciais em contexto de resolução de problemas.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** Introduzir a relação $a^{\frac{p}{q}}=\sqrt[q]{a^p}$, com $a>0,\ q\in\mathrm{N}\setminus\{0\}$ e $p\in\mathrm{Z}$. Não é Objetivo de Aprendizagem desenvolver cálculos com o propósito de explorar esta relação. Pretende-se, apenas, que os alunos a conheçam e apliquem quando necessário.	8	Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)

Função inversa	Conhecer as raízes de índice natural, nomeadamente, a radiciação de índice natural como inversa da potenciação de expoente natural. Identificar funções invertíveis e não invertíveis, nomeadamente recorrendo aos gráficos das funções e ao "teste da reta horizontal" e à sua formulação algébrica, em casos simples. Estabelecer as relações entre o domínio e o contradomínio de funções inversas, bem como a simetria das respetivas representações gráficas, relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	5	Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C) Desenvolve ideias e projetos criativos com sentido no contexto a que dizem respeito, e testa e decide sobre a sua exequibilidade (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
Função logarítmica	Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial com a mesma base. Estudar intuitivamente, com recurso à tecnologia, o comportamento de funções com logaritmos. Conhecer e aplicar as propriedades e regras operatórias dos logaritmos, em casos simples, e em contexto de resolução de problemas e de modelação. Resolver equações, envolvendo funções exponenciais e funções logarítmicas, em contexto de resolução de problemas, tanto analiticamente como graficamente.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	18	

Função composta	Conhecer e aplicar a função composta, em casos simples, analisando o seu domínio.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** Não é Objetivo de Aprendizagem aprofundar o estudo da função composta. Pretende-se, apenas, que o aluno a conheça, a aplique em situações simples e determine o seu domínio. **Nota:** No final da parte do manual existem **Questões tipo exame** correspondentes a esta unidade.	3	

Funções II (62 aulas de 45 min)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar**	**Sugestões/Recursos** (Como apoio às Ações Estratégicas de Ensino do Professor)	**N.º de aulas**	**Áreas de Competências do Perfil dos Alunos**
FUNÇÕES **Derivadas** Derivada da função exponencial de base e Derivada da função logarítmica de base e	Identificar o número e (número de Euler) como a única base da função exponencial em que o seu gráfico coincide com o gráfico da respetiva função derivada. Conhecer a derivada da função $f(x)=e^x$. Identificar $g(x)=\ln x$ como a função inversa de $f(x)=e^x$. Saber relacionar geometricamente a derivada da função logarítmica com a derivada da função exponencial, tendo por base a simetria das retas tangentes aos gráficos em pontos simétricos, relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. Conhecer a derivada da função $g(x)=\ln x$.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	29	Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)

Regras de derivação Problemas de otimização Segunda derivada Concavidades e pontos de inflexão	Conhecer o teorema da derivada da função composta (Regra da Cadeia). Conhecer as regras de derivação para funções do tipo: • $f(x)=x^{\alpha}$ $(\text{com } \alpha \text{ real e } x>0)$ • $f(x)=a^{x}$ $(\text{com } a>0 \text{ e } a\neq 1)$ • $f(x)=\log_a x$ $(\text{com } a>0,\ a\neq 1 \text{ e } x>0)$ • $f(x)=\sin(x)$, $g(x)=\cos(x)$ e $h(x)=\tan(x)$ Determinar derivadas envolvendo operações com as funções estudadas anteriormente, em casos simples. Resolver problemas de otimização tendo por base funções deriváveis. Determinar a segunda derivada de funções polinomiais, racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Relacionar o sinal e os zeros da segunda derivada com o sentido das concavidades e pontos de inflexão do gráfico de uma função.	**Nota:** Utilizar intervalos abertos nos intervalos de monotonia. **Nota:** Ter particular atenção ao domínio em problemas de otimização. **Nota:** A determinação da segunda derivada de funções envolve: funções polinomiais, racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas.		Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C) Desenvolve ideias e projetos criativos com sentido no contexto a que dizem respeito, e testa e decide sobre a sua exequibilidade (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
Funções contínuas e deriváveis Continuidade	Reconhecer uma função contínua num ponto do seu domínio como uma função que admite limite nesse ponto igual à sua imagem. Identificar se uma função é contínua num	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou	21	

Regra de L'Hôpital Assíntotas Estudo de funções	intervalo aberto, em casos simples, tendo como apoio o conhecimento de uma lista de funções contínuas e respetivas operações. Estudar o limite de funções que conduzem a indeterminações do tipo $\frac{0}{0}$ e $\frac{\infty}{\infty}$, aplicando a Regra de L'Hôpital, usando limites notáveis ou técnicas de cálculo simples. Determinar analiticamente as equações das assíntotas, verticais e não verticais, ao gráfico de uma função. Resolver problemas, envolvendo o estudo de funções, complementando o uso da tecnologia com o estudo analítico.	apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Notas:** • É dada uma lista de funções contínuas (já estudadas): funções: polinomiais; exponenciais e logarítmicas; funções trigonométricas. • Reforçar as chamadas de atenção para não aplicar a Regra de L'Hôpital, sem verificar as condições exigidas para a sua aplicação.		
Resolução aproximada de equações Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy) Método da Bisseção Método de Newton-Raphson	Conhecer o teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy). Conhecer e aplicar o método da Bisseção. Conhecer e aplicar o Método de Newton-Raphson.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** O recurso à tecnologia é fundamental para o estudo do método da bisseção e do Método de Newton-Raphson. **Nota:** No final da parte do manual existem **Questões tipo exame** correspondentes a esta unidade.	12	

Tema Opcional – Primitivas imediatas e integrais definidos (18 aulas de 45 min)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar**	**Sugestões/Recursos** (Como apoio às Ações Estratégicas de Ensino do Professor)	**N.º de aulas**	**Áreas de Competências do Perfil dos Alunos**
PRIMITIVAS IMEDIATAS E INTEGRAIS DEFINIDOS Primitivas imediatas e integrais definidos	Conhecer o processo de primitivação (antiderivação) como processo inverso da derivação.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	10	Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B) Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)
Áreas de figuras definidas por gráficos de funções Teorema Fundamental do Cálculo Integral	Reconhecer o integral definido de uma função positiva como a área de uma região compreendida entre o gráfico da função num intervalo e o eixo das abcissas. Conhecer e aplicar o Teorema Fundamental do Cálculo Integral e a Fórmula de Barrow para calcular integrais definidos. Calcular áreas de figuras definidas por	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	8	Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C) Usa critérios para

Propriedades das primitivas	funções contínuas e positivas usando a Fórmula de Barrow. Provar e aplicar as seguintes propriedades das primitivas (antiderivadas): $P(kf)=kP(f)$ e $P(f+g)=P(f)+P(g)$ generalizadas aos integrais. Construir uma tabela de primitivas simples, envolvendo funções polinomiais, $\frac{1}{x}$, e^x, $\sin(x)$ e $\cos(x)$. Usar exclusivamente primitivas de combinações lineares das funções da tabela referida anteriormente.	**Nota:** No final da parte do manual existem **Questões tipo exame** correspondentes a este tema.		apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Compreende processos e fenómenos científicos que permitam a tomada de decisão (I) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

Tema Opcional – Matrizes (18 aulas de 45 min)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar**	**Sugestões/Recursos** (Como apoio às Ações Estratégicas de Ensino do Professor)	**N.º de aulas**	**Áreas de Competências do Perfil dos Alunos**
MATRIZES Conceito de matriz	Identificar matrizes e operações com matrizes em situações concretas. Entender o conceito de matriz e conhecer alguns casos particulares, nomeadamente matriz retangular, matriz quadrada, matriz linha, matriz coluna, matriz diagonal e matriz identidade.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	5	Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B) Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)
Operações com matrizes	Operações elementares com matrizes: adição, subtração, multiplicação (multiplicação por um escalar e multiplicação de duas matrizes). Analisar as propriedades da adição e da multiplicação de matrizes e os casos de impossibilidade (associados à dimensão das matrizes). Operações elementares com matrizes:	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	5	Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C)

	adição, subtração, multiplicação (multiplicação por um escalar e multiplicação de duas matrizes). Analisar as propriedades da adição e da multiplicação de matrizes e os casos de impossibilidade (associados à dimensão das matrizes).			Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Compreende processos e fenómenos científicos que permitam a tomada de decisão (I) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
Aplicações às transformações geométricas	Caracterizar translações através da soma de matrizes coluna. Caracterizar variações de tamanho (*scaling*), cisalhamentos (*shearing*) e rotações no plano, recorrendo a matrizes adequadas multiplicadas por matrizes coluna.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** No final da parte do manual existem **Questões tipo exame** correspondentes a este tema.	8	

Tema Opcional – Introdução à Inferência Estatística (18 aulas de 45 min)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos	**OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar**	**Sugestões/Recursos** (Como apoio às Ações Estratégicas de Ensino do Professor)	**N.º de aulas**	**Áreas de Competências do Perfil dos Alunos**
INTRODUÇÃO À INFERÊNCIA ESTATÍSTICA Raciocínio indutivo ou inferencial Parâmetro e estatística	Compreender que o raciocínio indutivo ou inferencial se utiliza quando se pretende estudar uma população, analisando só alguns elementos dessa população, ou seja uma amostra, e que, a partir das propriedades verificadas na amostra, se inferem propriedades para a população. Conhecer que parâmetro é uma característica numérica da população e que estatística é uma característica numérica da amostra.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas).	9	Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)
Estimador e estimativa Amostras aleatórias	Compreender que um dos objetivos pretendidos ao recolher uma amostra da população, que se pretende estudar, é tirar conclusões sobre os parâmetros dessa população, considerando-se funções adequadas, estatísticas, que só dependem dos elementos da amostra. Saber que à estatística utilizada para estimar um parâmetro também se dá o nome de estimador e que ao valor do estimador para uma determinada amostra também se chama estimativa.			Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C) Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do

Distribuição de amostragem de uma estatística Distribuição de amostragem da média	Compreender que é necessário recolher uma amostra aleatória, quando se pretende utilizá-la para retirar conclusões para a população subjacente, pois só assim será possível utilizar a probabilidade para quantificar o erro cometido, ao inferir para a população os resultados aí verificados. Compreender que os processos de seleção da amostra podem ser sem reposição ou com reposição. Compreender que o processo da seleção da amostra é o primeiro passo importante para uma inferência estatística eficiente. Compreender que, para averiguar da eficácia de um estimador para estimar um parâmetro, é necessário conhecer a sua distribuição de amostragem, ou seja, a distribuição dos valores obtidos pelo estimador, quando se consideram todas as amostras possíveis (da mesma dimensão), utilizando um determinado esquema de amostragem. Compreender que a distribuição de amostragem de um estimador depende da dimensão das amostras consideradas e apresentará tanto menor variabilidade, quanto maior for a dimensão das amostras.			comportamento do sistema em estudo (C) Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Compreende processos e fenómenos científicos que permitam a tomada de decisão (I) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
Teorema Limite Central (TLC)	Compreender a utilização do Teorema Limite Central (TLC) na obtenção da distribuição de amostragem da média, quando se consideram amostras aleatórias de dimensão suficientemente grande, legitimando a utilização do modelo Normal			

	e a utilização da média como estimador do valor médio μ.			
Estimativas pontuais e estimativas intervalares Intervalo de confiança, para o valor médio, com uma confiança de 95% Intervalo de confiança, para o valor médio, com outros níveis de confiança de $100(1-\alpha)\%$ Margem de erro	Reconhecer as limitações das estimativas pontuais, na medida em que, devido à variabilidade amostral, podem apresentar tantos valores diferentes quantas as amostras utilizadas para as obter. Utilizar o modelo Normal como aproximação da distribuição de amostragem do estimador média, para estimar o valor médio μ, desconhecido, de uma população com desvio-padrão σ, para obter a seguinte probabilidade: $P\left(\bar{X}-1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq\mu\leq\bar{X}+1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ e chamar ao intervalo: $\left[\bar{x}-1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ um intervalo de 95% de confiança para μ, em que se substitui o parâmetro σ, quando desconhecido, pelo desvio-padrão amostral. Reconhecer a fórmula geral para o intervalo de confiança, com uma confiança de $100(1-\alpha)\%$, $\left[\bar{x}-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ onde $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ é o percentil de probabilidade $100\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\%$, e saber que a margem de erro é igual a metade da amplitude do intervalo.	• Sempre que oportuno, sugere-se a integração das Ações Estratégicas de Ensino do Professor. • Sugere-se a utilização dos recursos digitais associados às páginas do manual. • A diversificação dos instrumentos de avaliação pode incluir a realização ou apresentação de tarefas (ou de partes dessas tarefas). **Nota:** No final da parte do manual existem **Questões tipo exame** correspondentes a este tema.	9	
Intervalo de confiança para	Reconhecer que a proporção (populacional) p é um caso particular do valor médio de			

a proporção (populacional) p	uma população constituída por uns e zeros, conforme a característica que se está a estudar está ou não presente na população e que o estimador que se utiliza é a proporção amostral, que se representa por p. Saber fazer uma leitura adequada da informação veiculada pela comunicação social quando apresentam resultados de sondagens, na forma de intervalos de confiança.			